

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ/ФИЗИКЕ  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ  
ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ ЛФИ**

**Структура программы:** Программа состоит из двух частей: Математика и Физика. Поступающие по конкурсной группе "Integrated Structural Biology and Genetics" имеют право сдавать вступительное испытание выбирая предмет для сдачи.

**Математика**

Вступительное испытание состоит из письменной части (длительность - 3 часа) и собеседования (ориентировочно через два часа после окончания письменной части). Итоговая оценка по предмету ставится по результатам обеих частей испытания.

1. Предел числовой последовательности и его свойства. Критерий Коши. Частичный предел, верхний и нижний пределы. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
2. Предел в точке функции одной переменной и его свойства. Эквивалентность двух определений предела по Коши и Гейне. Критерий Коши.
3. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывной функции на отрезке: теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Теорема об обратной функции. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.
4. Производная в точке функции одной переменной и её свойства. Производная суперпозиции функций. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал функции. Дифференцирование обратной функции.
5. Производные высших порядков функции одной переменной. Формула Лейбница.
6. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья.
7. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано.
8. Исследование функции одной переменной с помощью производных: монотонность, экстремумы, выпуклость, перегибы.
9. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимые условия и достаточные условия дифференцируемости.
10. Теорема о неявной функции, заданной одним уравнением.
11. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума.
12. Условный экстремум функции нескольких переменных. Метод множителей Лагранжа, необходимые и достаточные условия условного экстремума.
13. Определённый интеграл. Критерий Дарбу интегрируемости функции. Свойства интеграла с переменным верхним пределом: непрерывность, дифференцируемость. Формула Ньютона- Лейбница.
14. Несобственный интеграл. Абсолютная и условная сходимость. Критерий Коши, признаки сравнения и признак Дирихле сходимости несобственного интеграла.
15. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Критерий Коши, признаки сравнения, интегральный признак, признаки Лейбница и Дирихле сходимости числовых рядов.
16. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле равномерной сходимости.
17. Степенные ряды. Радиус сходимости, формула Коши-Адамара. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
18. Криволинейные интегралы. Формула Грина.

19. Поверхностные интегралы. Формула Остроградского-Гаусса и формула Стокса.
20. Теорема Римана об осцилляции. Тригонометрический ряд Фурье. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Условия равномерной сходимости ряда Фурье.
21. Преобразование Фурье абсолютно интегрируемой функции и его свойства. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.
22. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывной функции тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Полные системы в нормированных пространствах.
23. Различные способы задания прямой и плоскости. Углы между прямыми и плоскостями. Формулы расстояния от точки до прямой и плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
24. Кривые второго порядка. Эллипс, парабола, гипербола и их свойства.
25. Аффинное преобразование плоскости и его свойства. Главные направления аффинного преобразования. Геометрический смысл знака и модуля определителя матрицы аффинного преобразования.
26. Ортогональное преобразование плоскости и его свойства. Представление аффинного преобразования суперпозицией ортогонального преобразования и двух сжатий.
27. Системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема Фредгольма. Общее решение линейной алгебраической системы уравнений.
28. Линейное преобразование конечномерного пространства, его матрица. Формула изменения матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные векторы и собственные значения, их свойства.
29. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
30. Конечномерные евклидовы пространства. Матрица Грама. Сопряжённое линейное преобразование конечномерного евклидова пространства и его свойства.
31. Самосопряжённое линейное преобразование конечномерного евклидова пространства, свойства его собственных значений и собственных векторов.
32. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Метод разделения переменных. Методы понижения порядка уравнения, метод введения параметра.
33. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений с постоянными коэффициентами. Методы их решения.
34. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского и формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных.
35. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Необходимое условие слабого локального экстремума.
36. Положение равновесия автономной системы дифференциальных уравнений. Классификация положений равновесия линейных автономных систем второго порядка. Устойчивость и асимптотическая устойчивость положения равновесия.
37. Первые интегралы автономной системы дифференциальных уравнений. Теорема о числе независимых первых интегралов. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных, общее решение и задача Коши.
38. Вероятностное пространство. Независимые события. Теорема сложения. Условная вероятность. Полная система событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
39. Случайная величина и её функция распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, их свойства.
40. Испытания Бернулли. Неравенство Чебышева и закон больших чисел.
41. Регулярные функции комплексного переменного. Интегральная формула Коши. Функции, регулярные в кольце. Ряд Лорана.
42. Вычет в изолированной особой точке. Вычисление интегралов при помощи вычетов. Лемма Жордана.

43. Регулярные ветви многозначных комплексных функций  $\sqrt[n]{z}$  и  $\text{Ln}(z)$  и их применение для вычисления интегралов.
44. Конформные отображения. Дробно-линейное отображение и его свойства. Функция Жуковского и её свойства.
45. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка двух переменных, гиперболических в заданной области. Метод характеристик поиска общего решения и решения задачи Коши.
46. Задача Коши для уравнения колебаний струны и одномерного уравнения теплопроводности. Формулы Даламбера и Пуассона.
47. Смешанная задача для уравнения колебаний полубесконечной струны. Условия согласования начальных и граничных условий.
48. Задача Коши для волнового уравнения в трёхмерном пространстве. Формула Кирхгофа.
49. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа и Пуассона для круга и шара.
50. Метод Фурье решения смешанной начально-краевой задачи для волнового уравнения и уравнения теплопроводности.
51. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода с вырожденным интегральным ядром.

### Литература

1. Л. Д. Кудрявцев. Краткий курс математического анализа.
2. С. М. Никольский. Курс математического анализа.
3. А. М. Тер-Крикоров, М. И. Шабунин. Курс математического анализа.
4. Г. Н. Яковлев. Лекции по математическому анализу.
5. Г. Е. Иванов. Лекции по математическому анализу.
6. О. В. Бесов. Лекции по математическому анализу.
7. А. Ю. Петрович. Лекции по математическому анализу.
8. А. Е. Умнов. Аналитическая геометрия и линейная алгебра.
9. В. И. Чехлов. Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре.
10. Д. В. Беклемишев. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.
11. Л. С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
12. В. В. Степанов. Курс дифференциальных уравнений.
13. М. В. Федорюк. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
14. В. К. Захаров, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков, Теория вероятностей.
15. В. П. Чистяков. Курс теории вероятностей.
16. Е. С. Половинкин. Курс лекций по теории функций комплексного переменного.
17. М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. Теория функций комплексного переменного.
18. В. С. Владимиров. Уравнения математической физики.
19. В. П. Михайлов. Лекции по уравнениям математической физики.
20. В. М. Уроев. Уравнения математической физики.
21. М. А. Шубин. Лекции об уравнениях математической физики.

## Физика

Вступительное испытание состоит из письменной части (длительность - 1,5 часа) и собеседования (ориентировочно через час после окончания письменной части). Итоговая оценка по предмету ставится по результатам обеих частей испытания.

1. Законы Ньютона. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета.
2. Принцип относительности Галилея и принцип относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Инвариантность интервала.
3. Законы сохранения энергии и импульса. Упругие и неупругие столкновения.
4. Уравнение движения материальной точки в релятивистской механике. Импульс и энергия материальной точки.
5. Закон всемирного тяготения и законы Кеплера. Движение тел в поле тяготения.
6. Закон сохранения момента импульса. Уравнение моментов. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.
7. Течение идеальной жидкости. Уравнение непрерывности. Уравнение Бернулли.
8. Вязкое движение жидкости. Формула Пуазейля. Число Рейнольдса, его физический смысл.
9. Упругие деформации. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Энергия упругой деформации.
10. Уравнение состояния идеального газа, его объяснение на основе молекулярно-кинетической теории. Уравнение неидеального газа Ван-дер-Ваальса.
11. Квазистатические процессы. Первое начало термодинамики. Количество теплоты и работа. Внутренняя энергия. Энтальпия.
12. Второе начало термодинамики. Цикл Карно. Энтропия и закон ее возрастания. Энтропия идеального газа.
13. Термодинамические потенциалы. Условия равновесия систем.
14. Распределения Максвелла и Больцмана.
15. Теплоемкость. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Зависимость теплоемкости газов от температуры.
16. Фазовые переходы. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Диаграммы состояний.
17. Явления переноса: диффузия, теплопроводность, вязкость. Коэффициенты переноса в газах.
18. Флуктуации. Броуновское движение. Соотношение Эйнштейна.
19. Закон Кулона. Теорема Гаусса в дифференциальной и интегральной формах. Теорема о циркуляции для электростатического поля. Потенциал. Уравнение Пуассона.
20. Электростатическое поле в веществе. Вектор поляризации, электрическая индукция. Граничные условия для векторов  $E$  и  $D$ .
21. Магнитное поле постоянных токов в вакууме. Основные уравнения магнитостатики в вакууме. Закон Био-Савара. Сила Ампера. Сила Лоренца.
22. Магнитное поле в веществе. Основные уравнения магнитостатики в веществе. Граничные условия для векторов  $B$  и  $H$ .
23. Электромагнитная индукция в движущихся и неподвижных проводниках. ЭДС индукции. Само- и взаимоиנדукция. Теорема взаимности.
24. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Ток смещения. Материальные уравнения.
25. Закон сохранения энергии для электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Импульс электромагнитного поля.
26. Квазистационарные токи. Свободные и вынужденные колебания в электрических цепях. Явление резонанса. Добротность колебательного контура, ее энергетический смысл.
27. Спектральное разложение электрических сигналов. Спектры колебаний, модулированных по амплитуде и фазе.

28. Электрические флуктуации. Дробовой и тепловой шум. Предел чувствительности электроизмерительных приборов.
29. Электромагнитные волны. Волновое уравнение. Уравнение Гельмгольца.
30. Электромагнитные волны в волноводах. Критическая частота. Объемные резонаторы.
31. Плазма. Плазменная частота. Диэлектрическая проницаемость плазмы.
32. Интерференция волн. Временная и пространственная когерентность. Соотношение неопределенностей.
33. Принцип Гюйгенса-Френеля. Зоны Френеля. Дифракция Френеля и Фраунгофера. Границы применимости геометрической оптики.
34. Спектральные приборы (призма, дифракционная решетка, интерферометр Фабри-Перо) и их основные характеристики.
35. Дифракционный предел разрешения оптических и спектральных приборов. Критерий Рэлея.
36. Пространственное Фурье-преобразование в оптике. Дифракция на синусоидальных решетках. Теория Аббе формирования изображения.
37. Принципы голографии. Голограмма Габора. Голограмма с наклонным опорным пучком. Объемные голограммы.
38. Волновой пакет. Фазовая и групповая скорость. Формула Рэлея. Классическая теория дисперсии. Нормальная и аномальная дисперсия.
39. Поляризация света. Угол Брюстера. Оптические явления в одноосных кристаллах.
40. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Брэгга-Вульфа. Показатель преломления вещества для рентгеновских лучей.
41. Квантовая природа света. Внешний фотоэффект. Уравнение Эйнштейна. Эффект Комптона.
42. Спонтанное и вынужденное излучение. Инверсная заселенность уровней. Принцип работы лазера.
43. Излучение абсолютно черного тела. Формула Планка, законы Вина и Стефана-Больцмана.
44. Корпускулярно-волновой дуализм. Волны де Бройля. Опыты Девиссона-Джермера и Томсона по дифракции электронов.
45. Волновая функция. Операторы координаты и импульса. Средние значения физических величин. Соотношение неопределенности для координаты и импульса. Уравнение Шредингера.
46. Постулаты Бора. Энергетический спектр водородоподобных атомов. Характеристическое излучение, закон Мозли.
47. Опыты Штерна и Герлаха. Спин электрона. Орбитальный и спиновый магнитные моменты электрона.
48. Тожественность частиц. Симметрия волновой функции относительно перестановки частиц. Бозоны и фермионы. Принцип Паули. Электронная структура атомов. Таблица Менделеева.
49. Тонкая и сверхтонкая структура оптических спектров. Правила отбора при поглощении и испускании фотонов атомами.
50. Эффект Зеемана в слабых магнитных полях.
51. Эффект Зеемана в сильных магнитных полях.
52. Ядерный и электронный магнитный резонансы.
53. Закон радиоактивного распада. Период полураспада и время жизни.
54. Туннелирование частиц сквозь потенциальный барьер. Альфа-распад. Закон Гейгера-Нэттола и его объяснение.
55. Виды бета-распадов. Объяснение непрерывности энергетического спектра электронов. Нейтрино.
56. Ядерные реакции. Составное ядро. Сечение нерезонансных реакций. Закон Бете.
57. Резонансные ядерные реакции, формула Брейта-Вигнера.

58. Деление ядер под действием нейтронов. Принцип работы ядерного реактора на тепловых нейтронах.
59. Соотношение неопределенностей для энергии и времени. Оценка времени жизни виртуальных частиц, радиусов сильного и слабого взаимодействий.
60. Фундаментальные взаимодействия и фундаментальные частицы (лептоны, кварки и переносчики взаимодействий). Кварковая структура адронов.

### **Литература**

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1-5 М.: Физматлит, 2003.
2. Сборник задач по общему курсу физики. Т.1-3 / под ред. В.А. Овчинкина. – М.: Физматкнига, 2013.
3. Кингсеп А.С., Локшин Г.Р., Ольхов О.А. Основы физики. Курс общей физики. Т. 1-2 – М.: Физматлит, 2001